



Simulation Numérique d'un Ecoulement Autour de Deux Cylindres Circulaires

F.Mebarek-Oudina^{*1}, A. Khalfaoui, M. Petit, S. Hamrelaine

Département des sciences de la matière, Faculté des sciences, Université 20 Aout 1955 de Skikda, Raout El-Hadaeik, BP 26,
Skikda, 21000, Algérie.

¹oudina2003@yahoo.fr

f.oudina@hotmail.com

^{*} Laboratoire d'Energétique Appliquée et de Pollution, Université Mentouri-Constantine, Route d'Ain El Bey, Constantine
25000, Algérie.

Résumé — L'écoulement d'un fluide autour d'un cylindre est un cas d'étude fondamental, partie des problèmes les plus étudiés en mécanique des fluides ou en aérodynamique. À cause de son aspect pratique, on le rencontre dans de nombreux domaines de l'ingénierie mécanique, aussi bien que dans plusieurs applications technologiques d'intérêt comme les pipelines, les structures maritimes et les échangeurs de chaleur. Ce travail consiste à étudier numériquement l'écoulement d'un fluide autour de deux cylindres horizontaux et/ou verticaux en fonction du nombre de Reynolds (Re) et de la distance entre les deux cylindres (L). Les résultats numériques, obtenus dans cette étude, sont en bon accord avec ceux trouvés dans la littérature. Pour différents gaps $L = D, 2D, 4D$ et $5D$ et un nombre de Reynolds $100 < Re \leq 200$, des contours de vitesses, vecteurs-vitesses, pressions et les traces de particules sont présentés.

Mots-clés — Simulation numérique, détachement tourbillonnaire, CFD, Interférence, Transition.

I. INTRODUCTION

L'écoulement autour d'un groupe de cylindres a fait l'objet d'intenses investigations numériques et expérimentales dans la dernière décennie, principalement en raison de l'importance d'ingénierie de conception structurale, flux de vibrations induites, et les émissions acoustiques. Lorsque plusieurs corps sont placés dans un jet fluide, l'interférence d'écoulement est responsable de plusieurs changements de la caractéristique des charges liquides. L'investigation d'un écoulement autour de deux cylindres peut nous fournir une meilleure connaissance de la dynamique des vortex, de la distribution de pression et des forces de fluide, dans les cas comportant des arrangements plus complexes. Ce document présente une étude numérique détaillée de l'écoulement autour de deux cylindres dans des configurations tandem et verticaux.

Dans cette configuration, le type d'interférence présent est celui du sillage, où l'ascendant touche le descendant

(Zdravkovich, 1987). L'effet de cette interférence est étudié, par exemple, dans la variation du nombre de Strouhal (St) et les coefficients de la force avec le nombre de Reynolds (Re) et avec la distance entre les centres des cylindres.

Les travaux précédents concernant l'écoulement autour de deux cylindres circulaires identifient les différents régimes d'interférences sont basés principalement sur une visualisation expérimentale de l'écoulement. Les investigations numériques telles d'Igarashi (1981), Zdravkovich (1987) et Sumner et al. (2000) ont proposé des classifications de ces régimes. La classification d'Igarashi (1981) est basée sur des arrangements tandem, similaires à notre premier cas d'étude. Selon cette classification, six différents régimes d'interférence peuvent être identifiés (fig. 2) : (a) les couches de cisaillement qui proviennent de la séparation sur la surface du cylindre ascendant n'est pas rattaché à la surface du cylindre descendant ; (b) les couches de cisaillement qui venaient du cylindre ascendant sont capturés par le descendant, mais il n'y a aucune formation de vortex dans l'espace entre corps ; (c) des vortex symétriques sont formés entre les cylindres ; (d) les vortex symétriques deviennent instables et commencent à se développer dans la proximité du cylindre descendant ; (e) le cisaillement provenant du cylindre ascendant s'enroulent très près du cylindre descendant ; et (f) les extrémités proches de la région de sillage (région de formation) devant le corps descendant et des vortex sont lâchés dans la région d'espace d'une manière régulière.

Du régime A au régime D, le coefficient de traînée dans le cylindre descendant est considérablement inférieur que dans cylindre ascendant. Ceci s'explique par le fait que, de A à D, le cylindre descendant est à l'intérieur du sillage proche derrière le cylindre ascendant, donc dans une région de basse pression. Dans ces cas, la traînée dans le deuxième cylindre



Le 2^{ème} Séminaire International sur les Energies Nouvelles et Renouvelables

The 2nd International Seminar on New and Renewable Energies

Unité de Recherche Appliquée en Energies Renouvelables,
Ghardaïa – Algérie 15, 16 et 17 Octobre 2012



est habituellement négative. Quand l'écoulement est dans le régime F, la traînée dans le cylindre descendant est positive. L'espacement auquel la traînée descendant de cylindre change de signe s'appelle espacement d'inversion de traînée ou l'espacement critique, et il dépend du Re. Les résultats expérimentaux ont motivé un certain nombre d'études numériques en vue de la reproduction des régimes d'interférence et la réalisation d'un meilleur arrangement de l'interférence d'écoulement. Par exemple, Slaouti et Stansby (1992) ont utilisé une méthode discrète de vortex pour effectuer des simulations bidimensionnelles, alors que Meneghini et al. (2001) utilisait une investigation bidimensionnelle en éléments finis. Les deux études montrent un bon accord avec les données expérimentales, dans le sens ou les régimes d'interférence sont identifiés. En plus, elles présentent quelques perspicacités importantes en ce qui concerne les mécanismes physiques de l'interférence de sillage. Cependant, les résultats quantitatifs présentés diffèrent des données expérimentales pour un nombre de Reynolds $Re \geq 200$. Cela est dû à l'existence des structures tridimensionnelles dans les écoulements.

Notre étude se concentre sur la transition bi et tridimensionnelle de sillage dans les écoulements autour de deux cylindres circulaires horizontaux ou verticaux.

Bearman & Wadcock (1973) ont étudié l'effet de l'interférence de deux cylindres horizontaux. Ils ont mesuré la distribution de pression autour des corps, et ont trouvé une force répulsive entre les cylindres. L'aspect de cette force est justifié par la rotation du vecteur de force résultant dû à la présence du deuxième cylindre. Pour un très petit gap, Bearman & Wadcock ont observé une symétrie marquée dans l'écoulement avec deux cylindres, des différentes traînées et des basses pressions.

Carmo et Meneghini (2006) ont présenté une investigation numérique d'un écoulement autour de deux cylindres en arrangement tandem. Leur analyse se concentre sur les instabilités du décollement tourbillonnaire de petite taille, qui se produit dans la gamme de Re étudiée $160 < Re < 320$. À l'aide des données de Strouhal et des contours de vitesses, des mécanismes sont proposés pour expliquer le phénomène d'interférence et son interaction avec les structures vortical tridimensionnelles présentes dans le champ d'écoulement.

Patil et Tiwari (2009) ont étudié numériquement le comportement instable d'un sillage pour un écoulement après un arrangement intégré des cylindres carrés confinés dans un canal. Ils ont effectué une étude détaillée sur l'influence de la taille relative et l'arrangement des deux cylindres sur des caractéristiques de décollement tourbillonnaire dans leurs sillages. Sumner (2010) a réuni les littératures sur l'écoulement autour de deux cylindres circulaires de même diamètre immergés dans un flux régulier. A partir du grand nombre d'études trouvées dans la littérature, la complexité de l'écoulement autour de deux cylindres circulaires dans divers arrangements continuera à motiver davantage de recherche [1, 4, 15]. Le travail actuel se concentre à étudier le comportement de l'écoulement en aval et entre les deux tubes circulaires.

II. MODEL MATHEMATIQUE ET CONDITIONS AUX LIMITES

A. Model Mathématique

Le mouvement des fluides est gouverné par les équations de la conservation de masse et de quantité de mouvement. L'équation de continuité d'un écoulement incompressible est donnée par :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

Les équations de Navier-Stokes bidimensionnelle pour le cas d'un écoulement transitoire, laminaire et incompressible sous la forme adimensionnelle sont :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

ou u_i est la composante de vitesse le long de x_i coordonnés de direction et Re est le nombre Reynolds. Pour un system bidimensionnel, l'équation (2) représente les composantes suivant x et y des équations de la quantité de mouvement pour les valeurs de x_i sont x et y , et u_i sont u et v respectivement.

Le nombre Reynolds est défini par :

$$Re = \frac{u_{\infty} D_h}{\nu} \quad (3)$$

Ou u_{∞} est la vitesse à l'entrée, D_h est le diamètre hydraulique (égale au diamètre du tube circulaire, D), ν est la viscosité cinématique, le temps et la pression adimensionnels sont définis respectivement par : $t = D/u_{\infty}$, $P = (P - P_{\infty})/\rho u_{\infty}^2$.



Le 2^{ème} Séminaire International sur les Energies Nouvelles et Renouvelables

The 2nd International Seminar on New and Renewable Energies

Unité de Recherche Appliquée en Energies Renouvelables,
Ghardaïa – Algérie 15, 16 et 17 Octobre 2012



B. Conditions aux limites

Les conditions aux limites à l'entrée, à la sortie, aux extrémités du canal et aux surfaces des cylindres sont présentées au-dessous :

Entrée $u_{in}=1, v=0$ et $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$

Sortie $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$ et $P - P_{in} = 0$

Parois supérieure & inférieure $u=0, v=0$ et $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$

Surface des cylindres $u=0, v=0$ et $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$,
n : normal à la surface des cylindres

III. RESULTATS ET DISCUSSION

Un maillage structuré et non structuré en éléments finis avec un arrangement tandem est présentée sur la figure 1. Exemple, le maillage d'un espace $L= 4D$ se compose de 20 614 éléments et 12 386 nœuds avec un temps de calcul d'environ une heure 34 seconds pour deux cylindres en arrangement tandem, et 15 387 éléments et 9212 nœuds avec un temps d'environ une heure pour deux cylindres verticaux. Le tableau 1 donne la densité des maillages utilisés correspondant aux cas $L=1D, 2D, 4D$ et $5D$ pour des cylindres en arrangements tandem et verticaux, montrant la gamme de la variation dans le nombre d'éléments et de nœuds de notre étude. Toutes les simulations ont été effectuées sur un micro – ordinateur portable Core Duo CPU, (2 GHz) avec 1,96 G-octet de RAM

TABLE I
DIFFERENTS MAILLAGES UTILISEES DANS LES CALCULS

| | Cylindres Horizontaux | | Cylindres verticaux | |
|--------------|-----------------------|------------------|---------------------|------------------|
| | Nombres d'éléments | Nombres de nœuds | Nombres d'éléments | Nombres de nœuds |
| L = D | 11774 | 7865 | 27246 | 15875 |
| L= 2D | 12250 | 11682 | 16937 | 15852 |
| L= 4D | 20614 | 12386 | 15387 | 9212 |
| L= 5D | 12460 | 11787 | 16107 | 15 433 |

Afin d'étudier le décollement tourbillonnaire, des simulations numériques ont été effectuées pour des cylindres en arrangements tandem et verticaux. Pour les deux cas, l'espace (L) entre les centres des cylindres, qui ont le même diamètre, a été choisi dans la gamme $D \leq L \leq 5D$

A. Cylindres en Arrangements Tandem

Afin de prendre en compte les forts gradients de vitesse au voisinage du cylindre, les éléments près des deux cylindres sont plus resserrés et s'élargissent en s'éloignant des cylindres.

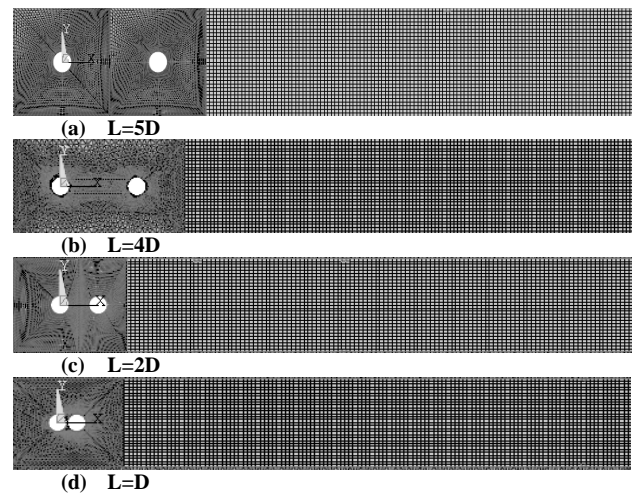
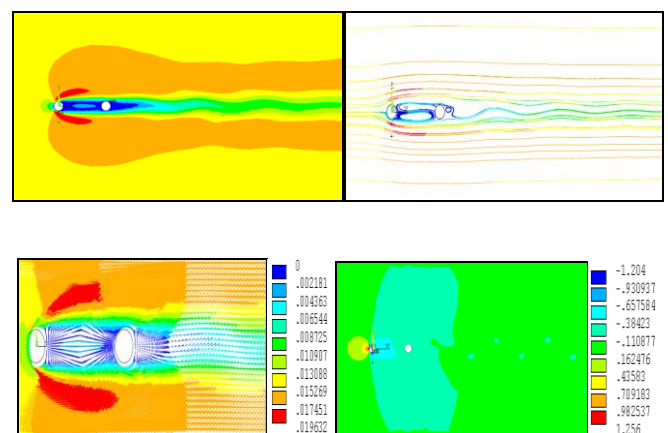
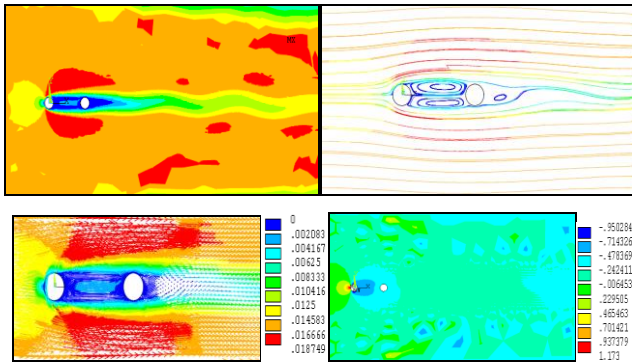


Fig. 1 : Maillage typique en éléments finis pour des cylindres en arrangements tandem. La distance entre les centres égale à 5D, 4D, 2D et D respectivement.

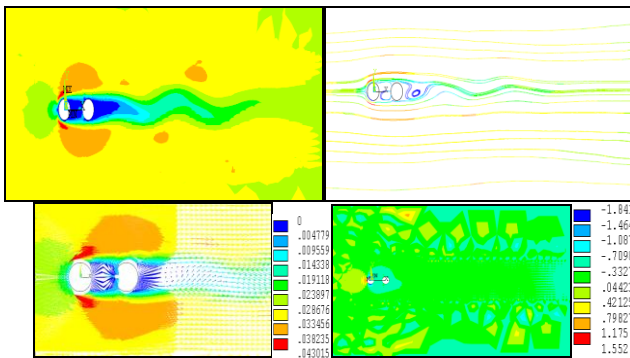




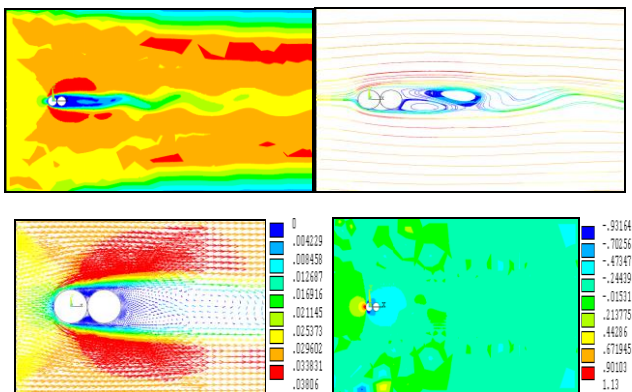
(a) L=5D



(b) L=4D



(c) L=2D



(d) L=D

Fig. 2 : Contours de vitesses, traces de particules, contours de pression et de vecteurs-vitesses, respectivement correspondant aux (a) L=5D, (b) L=4D, (c) L=2D et (d) L=D pour deux cylindres en arrangements tandem. Les résultats sont présentés pour un nombre de Reynolds $Re=200$, au temps $t=644$. Sur ces

figures, on remarque clairement la formation de deux vortex symétriques pour L=4D, similaires à ceux mentionnés par Igarashi en 1981.

Le nombre de Reynolds pour toutes les simulations effectuées est égal à 200. Le rayon (R) des cylindres est égal à 0.05 et l'axe des coordonnées (0,0) est situé au centre du premier cylindre. La frontière externe du maillage se prolonge en aval à 60R et en amont à 10R. Dans la direction verticale, les frontières externes sont situées à -20R et à 20R.

Pour le temps adimensionnel, $U\Delta t/D$, égale à 0.005. Le point du maillage le plus étroit dans la direction normale à la paroi est situé à une distance autour de 0.01R, et la distribution de point du maillage est concentrée près de la paroi afin de donner une solution très précise de la couche-limite. La figure 1 représente des maillages typiques en éléments finis, soulignant l'importance d'une distribution nodale convenablement concentrée dans la région de la couche limite. Le nombre de nœuds et d'éléments utilisés pour les simulations et les valeurs d'espace sont légèrement différents ; cependant, les caractéristiques générales des maillages sont très semblables.

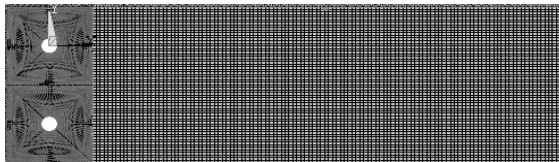
Les contours vitesses, vecteurs vitesses, pression et traces de particules sont présentés pour différentes valeurs d'espace simulées sur la figure 2. Le coefficient de traînée sur le cylindre descendant s'avère être négatif avec la croissance du gap. Ces résultats sont similaires aux observations expérimentales de Zdravkovich (1987), dans lequel on a observé une traînée négative pour le même interval d'espace (L). Pour des gaps de L=1D et de 2D, respectivement, il est intéressant de noter que pour L=2D elle prend plusieurs cycles pour un écoulement stationnaire et à l'état stable en termes de décollement tourbillonnaire.

Quand l'espace (L) croît de 3D jusqu'à 4D, un changement des caractéristiques d'écoulement se produit. Les ascendants du cylindre commencent à lâcher des vortex. La traînée de ce cylindre devienne positive, quoiqu'avec une intensité considérablement inférieure à celle du corps descendant. La traînée sur le cylindre ascendant croît de 1.0 jusqu'à 1.2. Si l'espace est encore agrandi, la traînée sur les deux cylindres augmente.

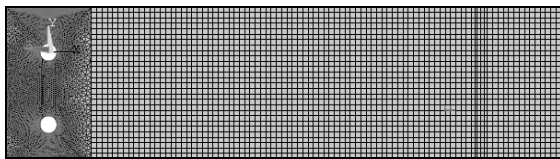
Les contours de vitesse représentée sur les figures 2 (a) – (d) donnent une image très intéressante de la condition d'écoulement pour chaque cas. Les sillages sont représentés par les traces de particules respectives. L'analyse des figures indique que les cylindres agissent en tant que corps simple, avec seulement un sillage de vortex formant derrière le cylindre descendant. La couche de séparation de cisaillement des cylindres ascendants implique le corps descendant. L'interaction entre ces couches de cisaillement a lieu seulement dans la basse région du cylindre descendant, avec une formation consécutive de vortex et en l'occurrence lâché derrière ce corps.



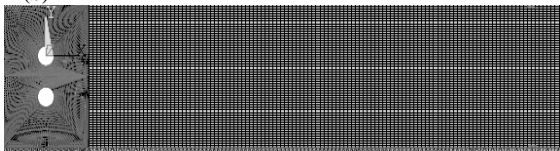
B. Cylindres verticaux



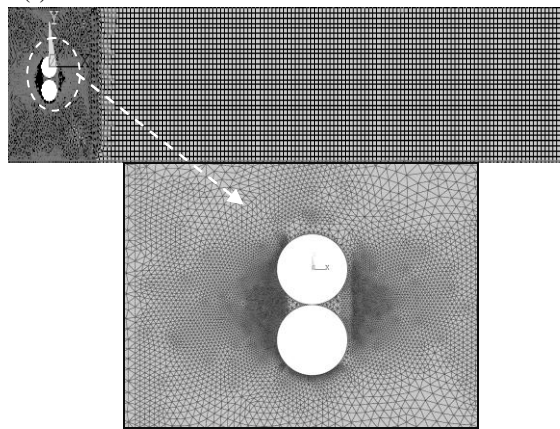
(a) L=5D



(b) L=4D

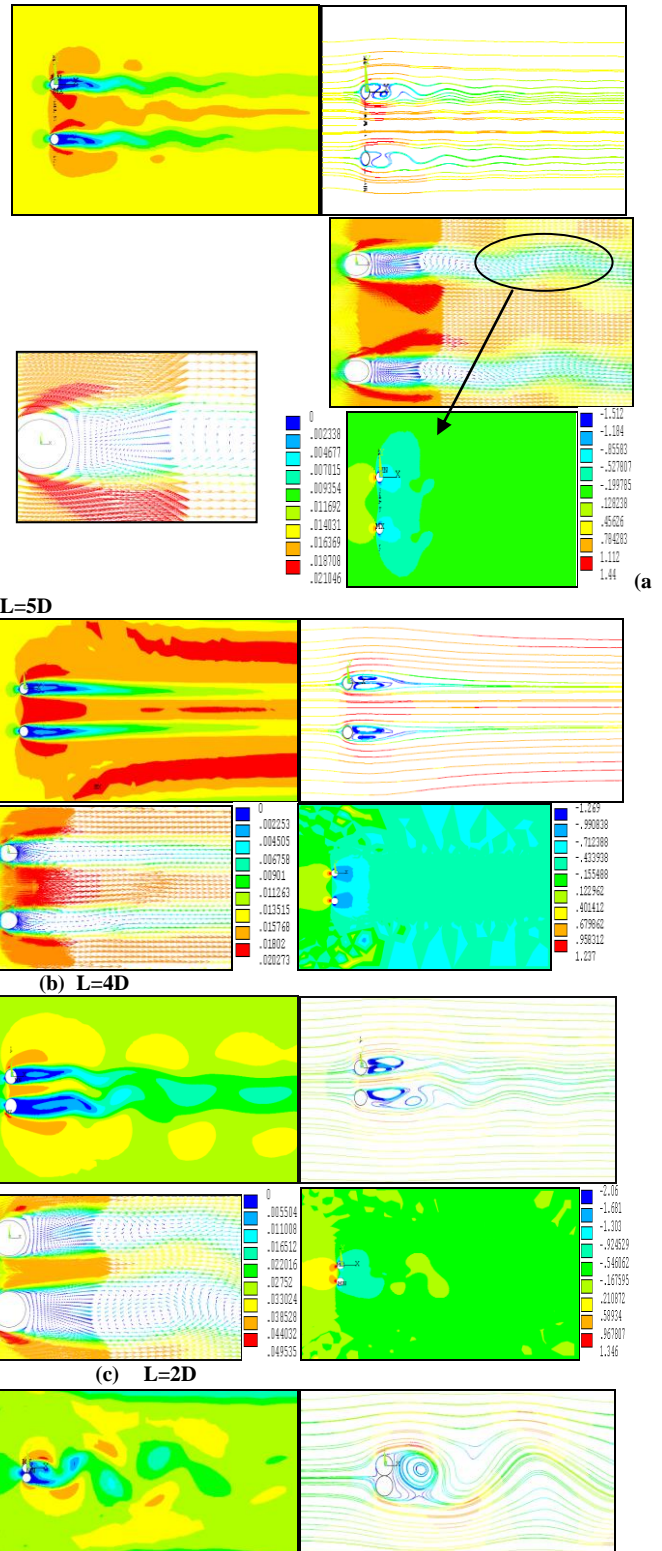


(c) L=2D



(d) L=1D

Fig. 3 : Maillage typique en élément fini pour deux cylindres verticaux. La distance entre les centres égale à 5D, 4D, 2D et D respectivement.





Le 2^{ème} Séminaire International sur les Energies Nouvelles et Renouvelables

The 2nd International Seminar on New and Renewable Energies

Unité de Recherche Appliquée en Energies Renouvelables,
Gharđaia – Algérie 15, 16 et 17 Octobre 2012

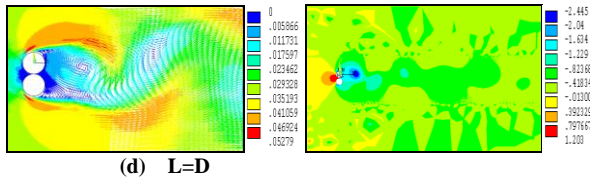


Fig. 4 : Contours de vitesses, tracé de particules, contours de pression et de vecteurs-vitesses, respectivement correspond a (a) $L=5D$, (b) $L=4D$, (c) $L=2D$ et (d) $L=D$ pour deux cylindres verticaux.

Des simulations numériques ont été effectuées pour deux cylindres verticaux et des gaps entre 1 D et, 5D. Comme dans le cas des deux cylindres en tandem, le point (0,0) est situé au centre du premier cylindre. Le pas de temps, la vitesse de l'écoulement et le nombre de Reynolds sont les mêmes utilisés dans les cas précédents. Un maillage fin structuré et/ou non structurée en utilisant l'ANSYS avec élément typique pour deux cylindres verticaux est schématisé sur la figure 3 pour différentes distances entre les centres des cylindres. Les densités du maillage utilisées pour ce cas sont présentées dans le tableau 1. La figure 3 (d) montre un agrandissement du maillage à proximité des parois des cylindres, soulignant l'importance d'une distribution nodale convenablement concentrée dans la couche limite. Le nombre de triangles et de nœuds pour les autres cas, sont légèrement différents, mais les caractéristiques des maillages sont essentiellement identiques. Toutes les simulations pour les cylindres verticaux ont été effectuées jusqu'à un temps adimensionnel de 800.

Des contours de pression peuvent être observés sur la figure 4. Pour ce cas il y a une force répulsive agissant sur les cylindres, selon les résultats observés expérimentalement par Wadcock & Bearman (1973) et Williamson (1985). Dans ces contours, des régions à haute pression sont indiquées par une couleur rouge, et celles négatives par une couleur bleue. Une région de haute pression devant les cylindres. Une chute de pression se produit pendant que le fluide traverse le gap. Cependant, la pression le long de cette région (indiquée par une transition d'une couleur jaune à une couleur bleu-clair) est encore plus haute que la pression sur les deux côtés opposés des cylindres (une couleur bleue plus foncée). Les points d'arrêt frontaux se déplacent selon la direction du gap. Les positions des points de séparation dans les cylindres inférieurs et supérieurs se déplacent dans le sens horaire et antihoraire, respectivement, comparés aux positions du point de séparation d'un cylindre isolé. Le résultat de ce champ de pression est causé par une force répulsive entre les cylindres. Les historiques temporaires de coefficient de traînée, ont le même comportement du sillage, décrit par Durbin & Kim (1988). Le sillage visualisé sur la figure 4 (d) est semblable au sillage formé derrière un corps simple.

Une explication possible pour ce désaccord peut être due au fait que les simulations sont bidimensionnelles et à un

faible nombre de Reynolds. Les résultats pour $L=2D$ sont présentés sur les figures 4 (c). Le phénomène s'effondrant peut être vu dans l'historique temporel de la traînée. La force répulsive entre les cylindres est diminuée, mais le sillage ressemble toujours au sillage d'un corps simple. Pour cet espacement le sillage n'est pas clairement organisé, indiquant seulement l'effet de la répulsion entre les cylindres. Dans nos simulations pour $L=3.0D$, disparaît. Sur les figures 4 (a) - (d) nous pouvons percevoir que les sillages sont antiphasiques, d'une manière similaire aux résultats expérimentaux réalisés par Wadcock & Bearman (1973) et Williamson (1985). Les sillages derrière chaque cylindre sont antisymétriques. A mesure que l'espace augmente, il y a une synchronisation de vortex des cylindres supérieurs et inférieurs, indiquant la visualisation anti-phasique du sillage. On observe également ce comportement pour un gap $L=4.0D$, semblable à celui montré sur la figure 4 (b). Pour des valeurs plus élevées de gap, la force de répulsion entre les cylindres diminue, récupérant ainsi le résultat d'un cylindre isolé.

NB :

Contactez l'auteur pour obtenir les animations des résultats obtenus (préciser l'animation).

IV. CONCLUSIONS

Dans ce travail, un algorithme a été développé et employé pour le calcul d'un écoulement autour de deux cylindres en arrangements tandem et verticaux, pour $Re=200$. Des contours vitesses, vecteurs vitesses, pressions et traces de particules sont présentés. Pour l'arrangement tandem, les résultats sont semblables à ceux trouvés par les expériences. On a observé une force de traînée négative sur le cylindre descendant pour des gaps moins de 3D et une force de traînée positive pour des gaps supérieurs à 3D. Pour des valeurs de $L>3D$ des vortex sont lâchés des deux corps. Dans ce cas, les vortex frappent le cylindre descendant et subissent un procédé d'amalgamation avec les vortex lâchés par ce dernier.

Pour deux cylindres verticaux, on a observé une force de répulsion entre les cylindres pour les gaps $D \geq L \geq 5D$, semblable aux résultats expérimentaux obtenus par Bearman & Wadcock (1973) et Williamson (1985). L'analyse des contours de pression pour ce cas a donné une explication pour ce comportement. Pour des gaps supérieurs à 3D, les deux cylindres lâchent des vortex synchronisés.



Le 2^{ème} Séminaire International sur les Energies Nouvelles et Renouvelables

The 2nd International Seminar on New and Renewable Energies

Unité de Recherche Appliquée en Energies Renouvelables,
Ghardaïa – Algérie 15, 16 et 17 Octobre 2012



Bien que cette étude est bidimensionnelle avec des cylindres fixes sans champ magnétique, en s'attend à ce qu'une étude tridimensionnelle que nous recommanderons confirme ces résultats ainsi l'effet de la rotation d'un cylindre et l'application d'un champ magnétique constant.

ACKNOWLEDGMENT

Ce travail a été effectué dans le cadre d'un projet de fin d'étude, Master, au sein de l'université de Skikda, Algérie.

Les auteurs remercient le soutien financier de ce travail par le ministère algérien de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.

REFERENCES

- [1] Assi, G.R.S. Bearman, P.W. Kitney N. Low drag solutions for suppressing vortex-induced vibration of circular cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, vol. 25, pp. 666–675, 2009.
- [2] Bearman PW, Wadcock AJ. The interaction between a pair of circular cylinder normal to a stream. *J Fluid Mech*, vol.61, pp.499–511, 1973.
- [3] Carmo, B.S., Meneghini, J.R.. Numerical investigation of the flow around two circular cylinders in tandem. *Journal of Fluids and Structures*, 22, 979–988, 2006.
- [4] Fallah, K. Fardad, A. Sedaghatzadeh, N. Fattahi E. and Ghaderi A., Numerical Simulation of Flow Around Two Rotating Circular Cylinders in Staggered Arrangement by Multi-Relaxation-Time Lattice Boltzmann Method at Low Reynolds Number, *World Applied Sciences Journal* 15 (4), 544-554, 2011.
- [5] Igarashi, T. Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem. *Bulletin of JSME* 24 (188), 323–331, 1981.
- [6] Karniadakis, G.E., Israeli, M., Orzag, S.A., High-order splitting methods for the incompressible Navier–Stokes equations. *Journal of Computational Physics*, 97, 414–443, 1991.
- [7] Kim, H. J. & Durbin, P. A. Investigation of the flow between a pair of cylinders in the flopping regime, *Journal of Fluid Mechanics*, 196, 431–448, 1988.
- [8] Meneghini, J.R., Saltara, F., Siqueira, C.L.R., Ferrari Jr., J.A. Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements. *Journal of Fluids and Structures*, 15, 327–350, 2001.
- [9] Patil, P.; Tiwari S. Numerical investigation of laminar unsteady wakes behind two inline square cylinders confined in a channel, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* 3 369-385, 2009.
- [10] Slaouti, A., Stansby, P.K. Flow around two circular cylinders by the random-vortex method. *Journal of Fluids and Structures*, 6, 641–670, 1992.
- [11] Sumner, D. Two circular cylinders in cross-flow: A review, *Journal of Fluids and Structures*, vol. 26 pp.849-889, 2010..
- [12] Sumner, D., Price, S.J., Païdoussis, M.P., 2000. Flow-pattern identification for two staggered circular cylinders in cross-flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 411, 263–303.
- [13] Williamson, C. H. K. Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics* 159, 1-18, 1985.
- [14] Zdravkovich, M.M. The effects of interference between circular cylinders in cross flow. *Journal of Fluids and Structures*, 1, 239–261, 1987.
- [15] Zhao, M.; Cheng, L.; Teng, B.; Liang D. Numerical simulation of viscous flow past two circular cylinders of different diameters, *Applied Ocean Research*, vol. 27, pp. 39–55, 2005.