



Simulation Numérique de la Convection Naturelle 2D dans les Cavités Rectangulaires Fermées

Rida Zarrit ^{a, b, 1, *}, Mohamed Seghir Boumaza ^{b, 2}, Sofiane Kherrou ^{a, 3}, Bachir Dadda ^{a, 4}

^a Unité de Recherche Appliquée en Energies Renouvelables, URAER,

Centre de Développement des Energies Renouvelables, CDER, 47133, Ghardaïa, Algeria

¹r.zarrit@uraer.dz; ³s_kherrou@uraer.dz; ⁴dadbac@uraer.dz

^bLaboratoire de Physique de Guelma (GPL), Département Science de la matière,
Université 8 Mai 1945 Guelma, P.B. 401 Guelma 24000, Algérie.

²ms.boumaza@yahoo.fr

Abstract— Le but de cette étude numérique est d'analyser en 2D l'écoulement laminaire et le transfert thermique en mode de convection naturelle au sein d'une cavité rectangulaire avec un rapport de forme $A = H/L$ (où H est la hauteur de l'enceinte et L est la largeur de l'enceinte). L'enceinte est complètement rempli avec un fluide newtonien (air : $Pr = 0,71$). Deux cas sont considérés dans cette étude, 1^{er} type concernant la cavité horizontale chauffée par le bas $\theta=0^\circ$ (Rayleigh-Bénard) et le 2^{ème} type la cavité verticale chauffée différentiellement par le coté $\theta=90^\circ$. L'étude concerne l'influence du rapport de forme sur le comportement hydrodynamique et thermique de l'écoulement du fluide considéré dans ce milieu confiné. L'étude couvre la plage de Ra de 10^3 à 5×10^5 , le rapport de forme A varié de 1 à 10.

En utilisant l'approximation de Boussinesq, les équations de Navier Stokes sont écrites avec la formulation fonction de courant-vorticité ($\psi-\Omega$), puis elles sont discrétisées par la méthode des différences finies. Les résultats obtenus en termes de nombre de Nusselt moyen, des isothermes et des lignes de courant sont en fonction du nombre de Rayleigh et le rapport de forme.

Les résultats sont comparés avec les résultats numériques obtenus dans la littérature, elles sont en bonne concordance. Des corrélations de nombre de Nusselt moyen sont présentées pour la cavité horizontale et la cavité verticale.

Keywords Convection Naturelle ; Cavité verticale ; Rayleigh-Bénard ; Approximation de Boussinesq ; Rapport de forme.

I. INTRODUCTION

Dans les milieux confinés, quand un fluide est soumis à un gradient de densité causés par des variations locales de température, des forces volumiques dues au champ de gravité induisent un mouvement convectif ; c'est la convection naturelle. Ces écoulements de convection naturelle en espace confinée sont présents dans de nombreux phénomènes naturels et processus industriels, le refroidissement des circuits électriques et les réacteurs nucléaires, le confort thermique dans l'habitat, les systèmes thermiques solaires, sont autant d'exemples de leurs manifestations.

Le problème général de convection naturelle dans les enceintes est assez complexe. D'une part, les formes des

cavités sont très variées, la structure de l'écoulement dépend de la géométrie du système, dimensions et en particulier rapport de forme ($A = H/L$). En outre, dans le cas général la cavité est orientée suivant l'angle θ , l'inclinaison des parois est un paramètre majeur, surtout pour les cavités de grand allongement avec lesquelles les deux dispositions extrêmes (horizontale ou verticale) font apparaître des comportements différents. Quant aux conditions aux frontières, le nombre des parois constituant une cavité conduit à multiplier les combinaisons possibles, assez souvent, on considère que deux parois planes parallèles en regard soumises à une température ou à un flux imposé, uniforme ou non (dites parois actives), tandis que les autres parois sont adiabatiques (dites parois passives).

D'après les lois de la dilatation thermique si on chauffe l'air on diminue sa densité. Donc le fluide au voisinage de la paroi chaude est moins dense que celui au voisinage de la paroi froide, créant une situation potentiellement instable, ce qui tend à le faire "remonter" sous l'action de la poussée d'Archimède. La gravité impose une force descendante sur le fluide, tandis que le transfert de chaleur impose une force vers le haut. Celui-ci se refroidit et devient plus dense donc tend à redescendre sous l'effet de la gravité et ainsi de suite. On se placera donc dans l'approximation de Boussinesq [7, 18], ce qui permettra de prendre en compte les forces de flottabilité.

Le nombre de Rayleigh est un paramètre de contrôle (moteur de la convection naturelle) pour le régime d'écoulement. Il indique si l'écoulement peut être considéré comme laminaire, transitoire ou turbulent. Le problème de la convection naturelle dans les cavités différentiellement chauffées a été posé par Batchelor en 1954 [12], il fut le premier à définir les régimes de conduction et de couches limites.

Le nombre de Rayleigh (Ra) est le paramètre de contrôle de la convection thermique. Plus le nombre de Rayleigh est grand, plus la convection est intense.

Tant que le nombre Rayleigh est suffisamment faible, on qualifie l'état conductif. Le fluide n'est pas encore mis en mouvement $u=0$. En augmentant le nombre de Rayleigh, il provoque un mouvement convectif stable, des modifications dans la structure de l'écoulement apparaissent. À des valeurs



élevées du nombre de Rayleigh la structure de l'écoulement à l'intérieur de l'enceinte montre des motifs intéressants. En augmentant le nombre de Rayleigh, l'écoulement, depuis l'état stationnaire, passe par différents régimes (Chenoweth et Paolucci 1986 [8]; Le Quéré 1987 [34-35]; Paolucci & Chenoweth 1989 [44]). En augmentant le nombre de Rayleigh ($10^6 < Ra < 10^8$), une transition d'un régime laminaire à un régime chaotique affecte l'écoulement de fluide (une solution stable se bifurque à une solution périodique instable dite *instationnarité*, se transforme ensuite à une solution chaotique). Si le nombre de Rayleigh est trop élevé $Ra > 10^9$, l'écoulement devient turbulent, ce qui sort de nos hypothèses de calculs. Dans cette étude on veillera à ne pas dépasser $Ra = 5 \times 10^5$.

Différentes position de cavité rectangulaire remplis de fluide ont été théoriquement et expérimentalement étudiés. L'influence de certains paramètres de contrôle sur la performance thermique et dynamique de ces systèmes a été considérée. La convection naturelle dépend fortement de l'orientation du gradient de température par rapport à la gravité. Traditionnellement, deux orientations ont été largement étudiées. Ce sont :

- direction de gradient de température perpendiculairement au sens de la gravité
- direction de gradient de température opposé à la gravité.

Nous considérons dans notre cas que le fluide caloporteur est de l'air avec un nombre de Prandtl $Pr=0.71$ et pour un $10^3 \leq Ra \leq 5 \times 10^5$ et pour rapport de forme ($A=H/L$) variant entre 1 et 10. L'angle d'inclinaison dans cette étude a été fixé pour deux valeurs, $\theta=0^\circ$ cavité horizontale chauffée par le bas (Rayleigh-Bénard) et $\theta=90^\circ$ pour le cas d'une cavité verticale chauffée différentiellement.

L'objectif de cette étude est donc de mettre en avant l'influence du rapport de forme sur l'aspect dynamique et thermique induit par les mouvements de convection rencontrés dans un fluide soumis à un gradient de température et d'estimer le seuil d'apparition de ce phénomène grâce à un nombre adimensionnel : le nombre de Rayleigh. Il correspond au rapport entre le phénomène à l'origine du mouvement (les forces de flottabilité) et les effets résistants (diffusion thermique et frottements visqueux). Cette instabilité thermique est appelée Instabilité de Rayleigh-Bénard.

La convection de Rayleigh-Bénard figure 1.a (cavité horizontale chauffée par le bas $\theta=0^\circ$ avec un gradient de température vertical) fut le sujet d'étude de beaucoup de chercheurs. En 1900, les expériences de H. Bénard [14] mettent en évidence la convection dans les couches horizontales de fluides chauffés, bien que le phénomène ne soit alors pas purement thermique mais lié au principe de thermocapillarité. C'est en 1916 que Lord Rayleigh [23] est le premier à considérer un problème linéaire.

Le problème de Rayleigh-Bénard est pertinent pour des applications allant de l'astrophysique à la géophysique et sciences de l'atmosphère, des applications à différents systèmes de l'ingénierie, tels que les systèmes d'énergie solaire, traitement des matériaux, stockage d'énergie, et les systèmes nucléaires. Rayleigh-Bénard est un type particulier du problème de la convection thermique. Lorsque le gradient thermique est faible, l'état conductif est stable (caractérisé par une vitesse nulle et un profil de température linéaire). On va augmenter progressivement le nombre de Rayleigh, afin de voir apparaître les mouvements de convection. Le problème consiste à placer un fluide visqueux dans une cavité fermée. On impose des températures différentes sur les parois haute et basse de la cavité.

La convection de Rayleigh-Bénard est l'instabilité hydrodynamique a fait l'objet d'études intensives durant les dernières années. Une description de base et étendue du problème de Rayleigh-Bénard est donnée par Chandrasekhar (1961) [40]. Récemment une étude détaillée a été exprimée par M. Lappa (2009) [28].

Une étude numérique a été effectuée par M. R. Samuels et al. (1967) [29]. Les valeurs de nombre de Rayleigh critique ont été déterminées en fonction de nombre de Prandtl et le rapport de forme. La stabilité linéaire d'un fluide confiné dans une cavité 3 D et chauffée par le bas a été considéré par S. Davis (1967) [41].

I. Catton 1972 [17] a étudié l'effet des parois verticales isolantes sur l'initiation du mouvement par convection naturelle dans un fluide confiné chauffé par le bas dans un espace rectangulaire limité en haut et en bas par des surfaces rigides parfaitement conductrices et latéralement par des parois verticales rigides parfaitement isolantes. Le nombre de Rayleigh est une fonction de deux rapports de forme (largeur/hauteur et profondeur/hauteur). Des résultats sont obtenus pour des rapports de forme compris entre 18 et 12. Les résultats sont comparés avec l'expérience et sont trouvés être en bon accord avec elle.

L'effet du rapport de forme (1-10) sur la stabilité de l'écoulement et le transfert thermique a été traité par voie numérique par V. D. Murty 1987 [47]

Y. Gelfgat 1999 [48] a donné une solution numérique benchmark du problème de l'instabilité de Rayleigh-Bénard dans les cavités rectangulaires bidimensionnelle et tridimensionnelle. Les résultats des calculs montrant la dépendance du nombre critique de Rayleigh sur le rapport d'allongement de la cavité.

La convection de Rayleigh-Bénard a été considéré dans une enceintes rectangulaire, différents conditions aux limite thermique sont étudiés numériquement par M. Coriociu 2003 [24] pour un rapport de forme varie de 0.66 à 8 et Ra entre 10^3 et 10^6 . Plusieurs corrélations ont été élaboré dans la plage des paramètres étudiés.



La convection de Rayleigh-Bénard dans une cavité rectangulaire de section carrée a été dernièrement étudiée pour $Ra < 10^6$ et le cas d'un fluide newtonien par N. Ouertatani et al. 2008 [31] et pour le cas d'un fluide non-newtonien Par O. Turan 2012 [33].

Les travaux antérieurs montrent qu'au-delà d'une valeur critique de l'écart de température (donc le nombre de Rayleigh Ra) entre les deux plans chauffés, des rouleaux contrarotatifs d'axe horizontal prennent naissance au sein du fluide (voir figure 1). C'est l'instabilité thermo-convective de Rayleigh-Bénard. La détermination du nombre de Rayleigh critique peut être expérimentale, analytique ou numérique.

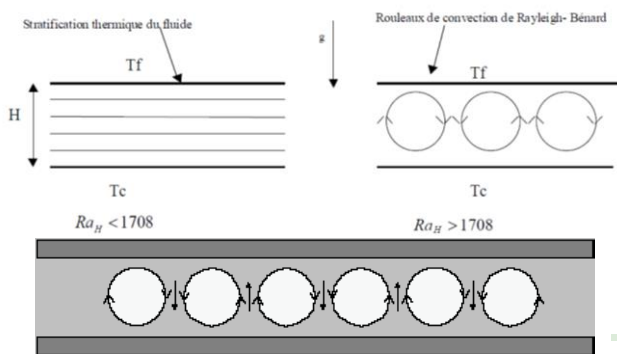


Fig.1 : Apparition des rouleaux contrarotatifs de Bénard dans un film de fluide entre deux plans semi-infinis

Augmentons le nombre de Rayleigh ; pour un rapport de forme donné, au-dessus de la valeur critique correspondante, des rouleaux contrarotatifs apparaissent, faisant illustrer le phénomène d'instabilité de Rayleigh Bénard.

Le problème de la cavité verticale chauffée différentiellement avec un gradient de température horizontal $\theta=90^\circ$. La convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée avec un gradient de température horizontal consiste en l'écoulement de fluide dans une cavité où deux parois verticales opposées sont maintenues à deux températures constantes et différentes, les autres parois pouvant être adiabatiques ou conductrices figure (1.b). L'écoulement est généralement monocellulaire, le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide.

Le problème de convection naturelle dans les cavités différentiellement chauffées a été posé au milieu du siècle par Batchelor [1954] [12]. L'auteur a effectué une étude analytique, on supposant une cavité avec deux limites verticales à des températures différentes. Il fut le premier, à définir les régimes de conduction et de couches limites. Il examine en détail les cas des nombres de Rayleigh ($Ra < 10^5$) et fait une analyse qualitative pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh. L'écoulement engendré dépend de plusieurs paramètres (Ra , H/L , $Pr...$).

Les équations qui gouvernent la convection sont résolues à l'aide de la méthode ADI (Alternating Direction Implicit Method).

Au cours des dernières années, plusieurs travaux ont traité de ce sujet, citons notamment celui de J. O. Wilkes et al. (1966) [19] qui ont étudié le transfert thermique par convection naturelle dans une cavité fermée. Ils ont obtenu des solutions en régime permanent pour les valeurs de rapport de forme de H/L de 1, 2 et 3 et un nombre de Grashof jusqu'à 10^5 . Eckert et Carlson (1971) [9] ont réalisées une étude similaire en effectuant une étude expérimentale sur la convection naturelle. Ils ont étudiés des couches d'air confinés entre deux plaques verticales à différentes températures.

De Vahl Davis (1982) [11] a présenté une solution numérique de la convection naturelle par la méthode des différences finies dans une cavité carrée chauffée différemment. Les deux parois supérieure et inférieure sont adiabatiques, tandis que les parois verticales sont chauffées différemment. L'écoulement est considéré laminaire pour un nombre de Prandtl égal à 0,71 (l'air) et pour des nombres de Rayleigh variant de 10^3 à 10^6 . Son travail est devenu la solution de référence "Benchmark" visé par d'autres chercheurs.

D'autres études numériques sur les cavités rectangulaires peuvent également être signalées telles que des travaux de Wilkes [19] et de Newell et Schmidt [25].

Dans le premier, la convection naturelle a lieu à tous les nombres de Rayleigh, tandis que dans les derniers jeux de convection dans seulement si nombre de Rayleigh dépasse une valeur critique.

II. HYPOTHESES DE CALCUL

Cette étude a été réalisée dans le cadre d'hypothèses simplificatrices suivantes :

- 1) On suppose que l'enceinte est suffisamment profonde pour considérer l'écoulement bidimensionnel ;
- 2) Le fluide est supposé newtonien et le régime d'écoulement laminaire $Ra < 10^9$ [1] ;
- 3) Il n'y a pas de production volumique de chaleur ;
- 4) La dissipation d'énergie due au travail des forces visqueuses est négligée ;
- 5) On néglige le rayonnement thermique ;
- 6) Les paramètres physiques du fluide sont considérés constants et évalués à la température T_{ref} .
- 7) On suppose que le fluide satisfait aux hypothèses de Boussinesq [7, 18].

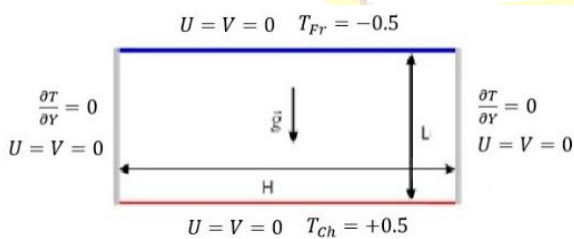
III. FORMULATION MATHÉMATIQUE

L'écoulement de convection naturelle est supposé laminaire. Il est régi par les équations de conservation de masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Le fluide considéré est supposé newtonien, incompressible et visqueux et obéit à

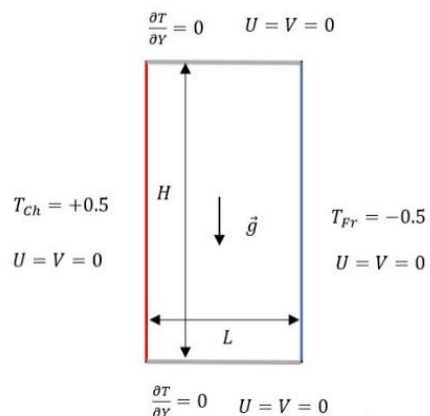


l'approximation de Boussinesq ([7, 18]) $\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0))$ les propriétés physiques du fluide sont considérées constantes sauf dans le terme de force de pesanteur. Cette approximation est valable lorsque l'écart de la température est inférieure à 28° ($\Delta T < 28^\circ$) Gray, & Giorgini (1976) [7]. On suppose également que la dissipation visqueuse et les sources de chaleurs sont négligeables dans l'équation de l'énergie.

On considère la longueur de la cavité (L) comme longueur caractéristique, (L^2/α) comme temps caractéristique et (α/L) comme une vitesse caractéristique.



a: cavité chauffée par le bas – Rayleigh Bénard –



b: cavité chauffée par le côté – cavité verticale –

Fig.2 : Représentation schématique de l'enceinte dans un repère cartésien

Toutes les grandeurs adimensionnelles du problème sont données par :

$$\left. \begin{aligned} (X, Y) &= \left(\frac{X'}{L}, \frac{Y'}{L} \right), \tau = \frac{t'\alpha}{L^2}, U = \frac{UL}{\alpha}, \\ V &= \frac{VL}{\alpha}, \Psi = \frac{\Psi'}{\alpha}, \Omega = \frac{\Omega L^2}{\alpha}, T = \frac{T' - T_0}{\Delta T'} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Avec $\Delta T' = T'_{Ch} - T'_{fr}$ et $T'_{ref} = \frac{T'_{Ch} + T'_{fr}}{2}$

Pour un écoulement laminaire les équations adimensionnelles qui régissent le système, écrites en formulation fonction de courant-vorticité ($\Psi - \Omega$), sont :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left(U\Omega - Pr \frac{\partial \Omega}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\Omega - Pr \frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right) = Ru \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial X} + \sin \theta \frac{\partial T}{\partial Y} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left(U T - \frac{\partial T}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V T - \frac{\partial T}{\partial Y} \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (4)$$

Avec

$$U = -\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad \text{et} \quad V = \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (5)$$

Le problème bidimensionnel proposé est régi par les paramètres sans dimension suivants : le nombre de Rayleigh Ra, le nombre de Prandtl Pr, le rapport de forme A.

Ces paramètres sont définis comme suit :

Le nombre de Prandtl, $Pr = \nu/\alpha$, Le nombre de Rayleigh,

$Ra = \rho g \beta \Delta T L^3 / \alpha \mu$ et le rapport de forme $A = H/L$.

Pour $\tau < 0$:

Les conditions initiales sont :

$$T = U = V = \Psi = \Omega = 0. \quad (6)$$

Pour $\tau \geq 0$:

Les conditions aux limites hydrodynamiques sont caractérisées par l'imperméabilité des parois rigides et le non glissement des particules fluides sur celles-ci, ce qui donne $U = V = 0$.

Les conditions aux limites thermiques sont :

$$\left. \begin{aligned} T = \mp \frac{1}{2} : X = \pm \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad -\frac{A}{2} \leq Y \leq +\frac{A}{2} \\ \frac{\partial T}{\partial Y} = 0 : Y = \pm \frac{A}{2} \quad \text{et} \quad -\frac{1}{2} \leq X \leq +\frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Où A est le rapport de forme de la cavité $A = H/L$.

Sur les parois actives du domaine, le nombre de Nusselt local est donné par la formule suivante :

$$Nu_{loc}(Y, \tau) = -\frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X=\pm \frac{1}{2}} \quad (8)$$

Tandis que le Nombre de Nusselt moyen est Représenté par :

$$Nu_{ch} = \frac{1}{A} \int_{-\frac{A}{2}}^{+\frac{A}{2}} \left(-\frac{\partial T}{\partial X} \right)_{X=\pm \frac{1}{2}} dY \quad (9)$$

IV. MODELE NUMERIQUE

La méthode de résolution utilisée est basée sur un schéma numérique aux différences finies. La procédure de résolution consiste à utiliser la méthode implicite aux directions alternées (ADI) (K. Kübelbeck et al [21], O. Aydin [32]) pour l'équation (2), qui est une forme générique des deux équations



paraboliques, l'équation de l'énergie est celle du transport de vorticité.

La méthode (ADI) donne lieu à un système algébrique tridiagonal facile à résoudre par l'algorithme de Thomas. L'équation de courant (5), exprimant la vorticité Ω en fonction des dérivées partielles secondes de Ψ a été résolue par la méthode explicite de sur-relaxation par point (SOR). Les composantes de la vitesse (6) sont déduites de la discrétisation par un schéma aux différences centrées.

Balayage suivant la direction X

$$a_{i,j}^1 \phi_{i-1,j}^{K+\frac{1}{2}} + b_{i,j}^1 \phi_{i,j}^{K+\frac{1}{2}} + c_{i,j}^1 \phi_{i+1,j}^{K+\frac{1}{2}} = d_{i,j}^1 \quad (10)$$

Avec

$$d_{i,j}^1 = aa_{i,j}^1 \phi_{i,j-1}^K + bb_{i,j}^1 \phi_{i,j}^K + cc_{i,j}^1 \phi_{i,j+1}^K + \Theta_{i,j}^{K+\frac{1}{2}} \quad (10a)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{i,j}^1 &= -\frac{U_{i-1,j}^K}{2\Delta X} - \frac{\Gamma}{\Delta X^2}; & aa_{i,j}^1 &= +\frac{V_{i,j-1}^K}{2\Delta Y} + \frac{\Gamma}{\Delta Y^2} \\ b_{i,j}^1 &= +\frac{2}{\Delta \tau} + \frac{2\Gamma}{\Delta X^2}; & bb_{i,j}^1 &= +\frac{2}{\Delta \tau} - \frac{2\Gamma}{\Delta Y^2} \\ c_{i,j}^1 &= +\frac{U_{i+1,j}^K}{2\Delta X} - \frac{\Gamma}{\Delta X^2}; & cc_{i,j}^1 &= -\frac{V_{i+1,j}^K}{2\Delta Y} + \frac{\Gamma}{\Delta Y^2} \end{aligned} \right\} \quad (10b)$$

La température :

$$\Phi_{i,j}^{k+1/2} = 0 \quad (11)$$

La vorticité :

$$\Phi_{i,j}^{k+1/2} = Ru \times Pr \times \left[\frac{\sin\theta}{2\Delta X} (T_{i+1,j}^{k+1/2} - T_{i-1,j}^{k+1/2}) - \frac{\cos\theta}{2\Delta y} (T_{i,j+1}^{k+1/2} - T_{i,j-1}^{k+1/2}) \right] \quad (11b)$$

Balayage suivant la direction Y

$$a_{i,j}^2 \phi_{i,j-1}^{K+1} + b_{i,j}^2 \phi_{i,j}^{K+1} + c_{i,j}^2 \phi_{i,j+1}^{K+1} = d_{i,j}^2 \quad (12)$$

Avec

$$d_{i,j}^2 = aa_{i,j}^2 \phi_{i,j-1}^{K+\frac{1}{2}} + bb_{i,j}^2 \phi_{i,j}^{K+\frac{1}{2}} + cc_{i,j}^2 \phi_{i,j+1}^{K+\frac{1}{2}} + \Theta_{i,j}^{K+1} \quad (12a)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{i,j}^2 &= -\frac{V_{i,j-1}^K}{2\Delta Y} - \frac{\Gamma}{\Delta Y^2}; & aa_{i,j}^2 &= +\frac{U_{i-1,j}^K}{2\Delta X} - \frac{\Gamma}{\Delta X^2} \\ b_{i,j}^2 &= +\frac{2}{\Delta \tau} + \frac{2\Gamma}{\Delta Y^2}; & bb_{i,j}^2 &= +\frac{2}{\Delta \tau} - \frac{2\Gamma}{\Delta X^2} \\ c_{i,j}^2 &= +\frac{V_{i,j+1}^K}{2\Delta Y} - \frac{\Gamma}{\Delta Y^2}; & cc_{i,j}^2 &= -\frac{U_{i+1,j}^K}{2\Delta X} + \frac{\Gamma}{\Delta X^2} \end{aligned} \right\} \quad (12b)$$

La température :

$$\Phi_{i,j}^{k+1} = 0 \quad (13)$$

La vorticité :

$$\Phi_{i,j}^{k+1} = Ru \times Pr \times \left[\frac{\sin\theta}{2\Delta X} (T_{i+1,j}^{k+1} - T_{i-1,j}^{k+1}) - \frac{\cos\theta}{2\Delta y} (T_{i,j+1}^{k+1} - T_{i,j-1}^{k+1}) \right] \quad (13b)$$

L'équation de courant (5), qui exprime la vorticité Ω en fonction des dérivées secondes de Ψ , a été résolue par un schéma numérique explicite SOR. Les composantes de la vitesse (6) sont exprimées par un schéma de différence centrées.

L'équation de courant est donnée par la formule suivante :

$$\Psi_{i,j}^{p+1} = \Psi_{i,j}^p + \frac{\gamma}{\gamma^*} \times \left[(\Psi_{i+1,j}^p + \Psi_{i-1,j}^{p+1}) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right)^2 \times \Psi_{i,j+1}^p + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right)^2 \times \Psi_{i,j-1}^{p+1} - \gamma^* \times \Psi_{i,j}^p - \Delta X^2 \times \Omega_{i,j}^p \right] \quad (14)$$

$$\text{Avec } \gamma^* = 2 \left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right)^2 \right]$$

Le coefficient de sur-relaxation

$$\gamma = \frac{2 \left[1 - (1 - \zeta)^{\frac{1}{2}} \right]}{\zeta} \quad (15)$$

Avec

$$\zeta = \frac{\left[\cos\left(\frac{\pi}{n-1}\right) + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{m-1}\right) \right]}{\left[1 + \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y}\right)^2 \right]} \quad (15a)$$

La vorticité sur les frontières du domaine a été évaluée par extrapolation des nœuds intérieurs, suivant la méthode de (Woods [22], P. Roache [36]) :

$$\Omega_p = -\frac{1}{2} \Omega_{p+1} - 3 \left(\frac{\Psi_{p+1} - \Psi_p}{\Delta \eta^2} \right) \quad (16)$$

L'indice P désigne une paroi rigide et $\Delta \eta$ représente le pas d'espace dans la direction normale à cette paroi.

Les composantes de la vitesse U et V sont déterminées explicitement par les expressions 18 et 19 :

$$U_{i,j}^{k+1} = \frac{\Psi_{i,j+1}^{k+1} - \Psi_{i,j-1}^{k+1}}{2\Delta Y} \quad (17)$$

$$V_{i,j}^{k+1} = -\frac{\Psi_{i+1,j}^{k+1} - \Psi_{i-1,j}^{k+1}}{2\Delta X} \quad (18)$$

Pour calculer le nombre de Nusselt moyen, on calcule d'abord le nombre de Nusselt local à partir de l'équation (9). En utilisant un schéma aux différences finies d'ordre un à droite pour la paroi chaude et à gauche pour la paroi froide. Enfin, le nombre de Nusselt moyen est calculé à partir de l'équation (10), en utilisant la méthode d'intégration de Simpson.



Le 4^{ème} Séminaire International sur les Energies Nouvelles et Renouvelables

The 4th International Seminar on New and Renewable Energies

Unité de Recherche Appliquée en Energies Renouvelables,
Ghardaïa - Algérie 24 - 25 Octobre 2016



Le critère de convergence appliqué pour atteindre le régime permanent (régime établi) est :

$$\frac{\sum_I \sum_J |f_{I,J}^{K+1} - f_{I,J}^K|}{\sum_I \sum_J |f_{I,J}^{K+1}|} \leq \varepsilon \quad (19)$$

Où f peut représenter les variables suivantes : T , Ω et Ψ .

La précision ε fixée au préalable entre (10^{-4} et 10^{-6}).

Nos résultats sont en bon accord avec les résultats disponibles dans la littérature. Le maximum d'erreur ne dépasse pas 2 %.

Le tableau 1 montre cette comparaison en termes de nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh Ra.

✓ CAS DE RAYLEIGH BENARD $\theta=0^\circ$:

TABEAU I

COMPARAISON DE NOS RESULTATS AVEC CEUX DISPONIBLES DANS LA LITTERATURE

Nu (A=1)

Ra	<i>Ouertatani et al</i>	<i>O. Turan et al.</i>	Présente travail
10^3	1.000	1.000	1.000
10^4	2.158	2.154	2.160
10^5	3.910	3.907	3.897
10^6	6.309	6.363	6.300

Nu (A=4)

Ra	<i>Soong et al</i>	<i>Ouertatani et al</i>	Présente travail
10^3	1.000	1.000	1.000
10^4	2.252	2.525	2.247

✓ CAS D'UNE CAVITE VERTICALE $\theta = 90^\circ$:

TABEAU II

COMPARAISON DES RESULTATS DU NOMBRE DE NUSSLETT MOYEN Nu_{ch} POUR A=1

	10^3	10^4	10^5	10^6
<i>De Vahl Davis</i>	1.117	2.238	4.509	8.817
<i>Barakos et al</i>	1.114	2.245	4.510	8.806
<i>D. C. Wan et al</i>	1.117	2.254	4.598	8.976
<i>M. Hortmann et al.</i>	/	2.245	4.522	8.825
<i>Le Présent travail</i>	1.118	2.247	4.525	8.815

La figure 3 montre la comparaison de la température adimensionnelle relative au plan médian de la cavité ($X=0.5$) avec les données expérimentales de Krane et Jessee [39] pour un rapport de forme $A=1$ et $Ra = 1,89 \times 10^5$. Les résultats élaborés par notre code numérique montrent un bon accord avec les données expérimentales.

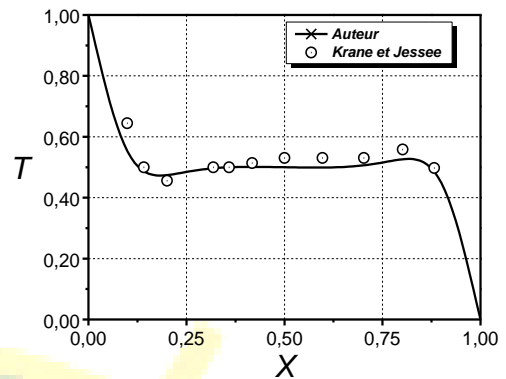


Fig.3 Comparaison de nos résultats avec les résultats expérimentaux de Krane and Jessee [22] pour $Ra = 1,89 \times 10^5$ et $A=1$

V. DISCUSSION DES RESULTATS

Dans cette étude, on se limite à l'influence des paramètres gouvernant le système. L'analyse sera menée en étudiant l'aspect thermique et dynamique due à la convection naturelle de l'air ($Pr=0.71$), confiné dans une cavité rectangulaire 2D chauffée différemment dans la direction verticale par rapport à la paroi horizontale. Tous les résultats présentés ici ont été obtenus pour les paramètres principaux suivants : le nombre de Rayleigh Ra variant entre 10^3 et 5×10^5 , le rapport de forme A ($1-10$).

Pour une enceinte rectangulaire remplie de fluide et chauffée par le côté, la convection naturelle est déclenchée dès que la différence de température entre les deux parois verticales est établie. Pour une enceinte rectangulaire chauffée par le bas, la convection naturelle se produit que dès que la différence de température entre les parois actives est supérieure à une valeur critique. Si la différence de température n'est pas suffisante pour amorcer la convection naturelle, le mécanisme de transfert thermique dans le fluide est la conduction. La condition de l'apparition de la convection naturelle peut être exprimée en termes de nombre de Rayleigh critique. Dans le cas d'une enceinte de rapport de forme infini, le critère pour l'apparition de la convection naturelle est : $Ra_c > 1708$ [23, 40 et 48].

Les figures (4-a et 4-b) montrent l'évolution des lignes de courant et les isothermes respectivement, l'écoulement est purement convectif, généralement multicellulaire sauf pour le cas d'une cavité carrée. Le nombre des cellules augmente avec l'augmentation du rapport de forme A.



Pour un fluide choisi et une cavité fermée, le nombre Rayleigh, Ra , ne dépend plus que de ΔT , qui est ainsi le paramètre de contrôle. En considérant une couche de fluide infinie ($A=\infty$) confinée entre deux plaques isothermes et différentiellement chauffée par le bas, l'expérience montre que la convection de Rayleigh-Bénard démarre à partir d'une valeur critique ($Ri_c = 1708$) à partir duquel la convection se déclenche ce qui est en accord avec les prévisions théoriques S. Chandrasekhar [40] et Gelfgat [48]. Une circulation en rouleaux se met alors en place, qui transporte le fluide et la chaleur à travers la cavité. Alors pour le cas d'une cavité rectangulaire rempli d'un fluide newtonien, la valeur de Ri_c dépend du rapport de forme si ($A \ll \infty$), le tableau 2 illustre cette relation A. Gelfgat [48].

TABLEAU III

Influence du rapport de forme A sur la valeur de Ri_c

A	1	2	3
Ri_c	2885.02	2013.21	1870.58
A	4	5	∞
Ri_c	1810.27	1779.56	1707

1) EFFET DU RAPPORT DE FORME

L'influence de la variation du rapport de forme sur l'écoulement et le transfert de chaleur, sont illustrés dans la figure 4, les isothermes (représentant le champ de température) et les lignes de courant, pour des valeurs du rapport de forme A compris entre 1 et 9 et même nombre de Rayleigh ($Ri = 5 \times 10^5$). Nous prenons comme condition initiale relative à la température une valeur nulle.

D'après l'analyse de la figure 4, nous constatons que les lignes de courant se présentent sous forme de cellules concentriques contrarotatives d'axes parallèles. En augmentant le rapport de forme, des changements notables sur le nombre des cellules apparaissent. Le nombre de ces cellules (rouleaux) égale ou rapport de forme de la cavité.

L'existence d'une centro-symétrie bidimensionnelle dans l'allure des profils de vitesse. Cette propriété est décrite dans la littérature, elle concerne les trois champs u , v et T . Elle s'énonce comme suit :

$$(u, v, T)(x, y) = -(u, v, T)(-x, -y) \quad (20)$$

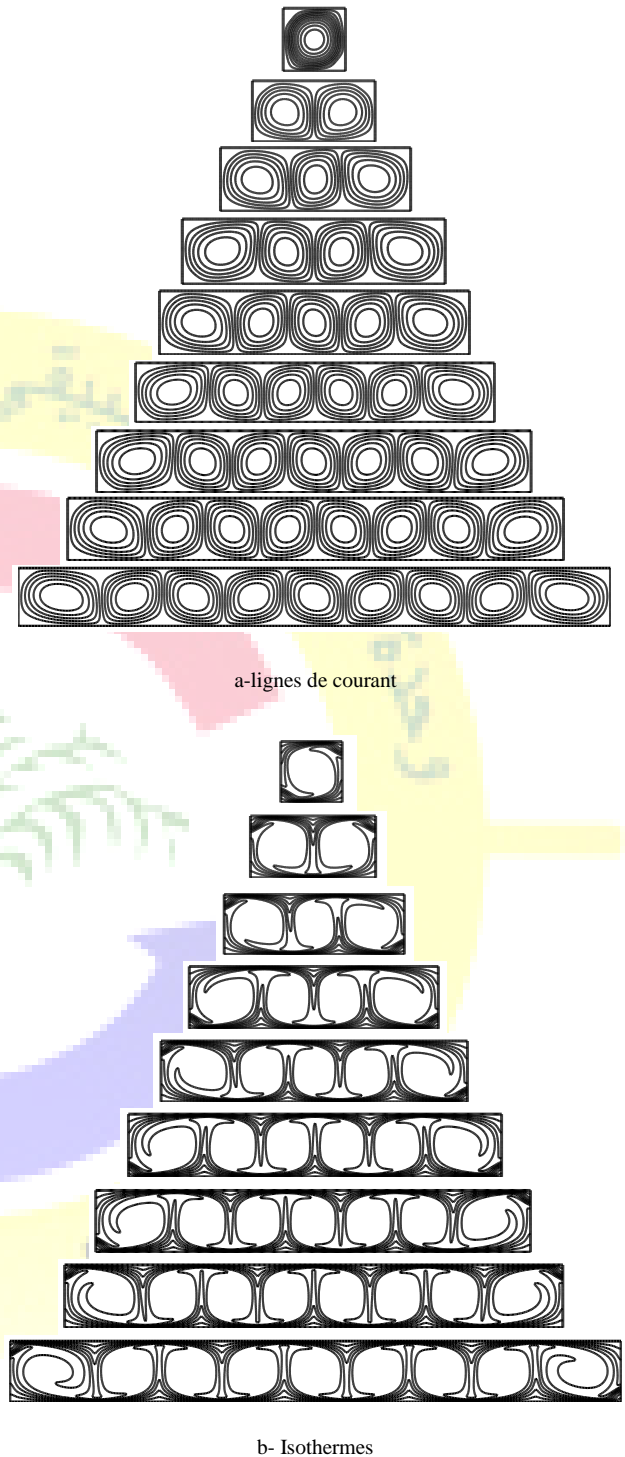


Fig.4 : Lignes de courant et isothermes pour plusieurs rapports de forme
 $Ri = 5 \times 10^5, 1 \leq A \leq 9$



2) CORRELATION NUSSELT - RAYLEIGH – RAPPORT DE FORME
POUR PR=0.71

Nous cherchons à déterminer une corrélation pour le nombre de Nusselt moyen Nu_{ch} calculé à la paroi chaude en fonction du nombre de Rayleigh Ra et le rapport de forme A, et ceci pour la plage des paramètres considérés dans cette étude ($10^3 < Ra < 5 \times 10^5, 1 \leq A \leq 10$). Nous sommes rendus compte alors d'une corrélation $Nu_{ch} = f(Ra, A, \theta)$.

$$Nu_{ch} = f(Ra, A, \theta) = c(A, \theta) \times (Ra)^m \times \left(\frac{H}{L}\right)^n \quad (21)$$

TABEAU IV

Comparaison des corrélations pour le cas de Rayleigh Bénard $\theta=0^\circ$

	Présente travail	Corcione [13]	Chang B.H. [20]
<i>c</i>	0.2137	0.2100	0.1890
<i>n</i>	0.2500	0.2500	0.2600
<i>m</i>	0.0954	0.0900	0.111
<i>Ra</i>	$10^3 - 5 \times 10^5$	$10^4 - 10^6$	$10^4 - 10^6$
<i>A</i>	1-10	0.66-8	1-8

Il est clair que les corrélations que nous avons pu obtenir est en bon accord avec quelques les auteurs précédemment cités mais généralement il y a de grandes incohérences entre les résultats publiés.

VI. CONCLUSION

La présente investigation porte sur une étude numérique bidimensionnelle liées à la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire remplie d'air (Prandtl = 0,71). La résolution numérique est basée sur une formulation de type différences finies.

Des solutions Benchmark sont alors proposées relativement aux nombres de Rayleigh $10^3 - 5 \times 10^5$ et un rapport de forme varie entre 1 et 10. Nous avons présenté la validation de notre code numérique qui a donnée des résultats en bonne concordance avec la littérature.

Les propriétés des différents régimes d'écoulement ont été étudiées et analysées. Enfin nous avons cherché à étudier les effets de quelques paramètres caractéristiques de l'écoulement (Ra) et de la configuration de la cavité (A=H/L) sur les transferts thermiques. Enfin, des corrélations $Nu_{ch} = f(Ra, A, \theta) = c(A, \theta) \times (Ra)^m \times (H/L)^n$ ont été établie pour les deux cas étudié $\theta=0^\circ$ et 90° .

REFERENCE

- [1] A. Bejan, 'Convection heat transfer'. John Wiley & sons, 2013.
- [2] A. Bejan, 'Note on Gill's solution for free convection in a vertical Enclosure'. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 90, pp. 561-568, 1979.
- [3] B. Gilly, P. Bontoux, & B. Roux, 'Influence des conditions thermique de paroi sur la convection naturelle dans une cavité rectangulaire verticale, différenciellement chauffée'. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, pp. 829-841, 1981.
- [4] B. M. Berkovsky, & V. K. Polevikov, 'Numerical study of problems on high-intensive free convection', in: D.B. Spalding, H. Afgan (Eds.), Heat Transfer and Turbulent Buoyant Convection, Hemisphere, Washington, DC, pp. 443 - 455, 1977.
- [5] B.-H. Chang, 'Numerical study of flow and heat transfer in differentially heated enclosures'. Thermal Science, Vol. 18, No 2, pp. 451-463, 2014.
- [6] C. Wan, B. S. V. Patnaik, & G. W. Wei, 'A New Benchmark Quality Solution for the Buoyancy-driven Cavity by Discrete Singular Convolution'. Numerical Heat Transfer, Part B, Vol.40, pp. 199- 228, 2001.
- [7] D. D., Gray, & A., Giorgini, 'The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases'. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.19, No. 5, pp. 545-551, 1976.
- [8] D. R. Chenoweth, & S. Paolucci, 'Natural convection in an enclosed vertical air layer with large horizontal temperature differences'. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 169, pp. 173-210, 1986.
- [9] E. R. G., Eckert, & W. O., Carlson, 'Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperatures'. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 2, pp. 105-120, 1961.
- [10] G. D. Raithby & H. H. Wong. 'Heat transfer by natural convection across vertical air layers'. Numerical Heat Transfer, Vol. 4, No 4, pp.447-457, 1981.
- [11] G. de Vahl Davis & I. P. Jones, 'Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Comparison Exercise', Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 3, pp. 227- 248, 1983.
- [12] G. K. Batchelor, 'Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures'. Quart. Appl. Math. Vol. 12, No 3, pp. 209-233, 1954.
- [13] G., Barakos, E., Mitsoulis, & D. Assimacopoulos, 'Natural convection flow in a square cavity revisited: laminar and turbulent models with wall functions'. Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 18, No 7, pp. 695-719, 1994.
- [14] H. Bénard, 'Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportant de la chaleur par convection en régime permanent', Ann. Chim. Phys., Vol. 723, pp 62-79, 1901.
- [15] H. Inaba, 'Experimental study of natural convection in an inclined air layer'. Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 27, pp. 1127-1139, 1984.
- [16] H. Ulrich Kurzweg, 'Convective Instability of a Hydromagnetic fluid within a rectangular cavity', Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 8, No. 1, pp. 35-41, 1965.
- [17] I. Catton, 'The effect of insulating vertical walls on the onset of motion in a fluid heated from below', Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.15, No. 4, pp. 665-672, 1972.
- [18] J. Boussinesq, 'Théorie analytique de la chaleur : mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière'. Vol. II, Gauthier-Villars, 1903.
- [19] J. O. Wilkes et S. W. Churchill, "The Finite-Difference Computation of Natural Convection In a Rectangular Enclosure", A. I. Ch. E. Journal, Vol. 12, No. 1, pp. 161-166, (1966)
- [20] J. W. ELDER, 'Laminar free convection in a vertical slot'. Journal Fluid Mech. Vol. 23, pp. 77-98, 1965a.
- [21] K. Kübelbeck, G. P. Merker, J. Straub, "Advanced numerical computation of two-dimensional time-dependent free convection in cavities", Int. J. Heat Mass Transfer, 23, pp. 135-144, (1980).



Le 4^{ème} Séminaire International sur les Energies Nouvelles et Renouvelables

The 4th International Seminar on New and Renewable Energies

Unité de Recherche Appliquée en Energies Renouvelables,
Ghardaïa – Algérie 24 - 25 Octobre 2016



- [22] L. C. Woods, 'A note on the numerical solution of 4th order differential equations'. *Aeronautical Quarterly*, 1954, Vol. 5, No 3, pp. 176-184.
- [23] L. Rayleigh. LIX. On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the underside. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 32, No. 192, pp. 529-546, 1916.
- [24] M. Corcione. 'Effects of the thermal boundary conditions at the sidewalls upon natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled from above'. *Int. J. Thermal Sciences*, Vol. 42, No. 2, pp. 199-208, 2003.
- [25] M. E. Newell, & F. W. Schmidt, 'Heat Transfer in Laminar Natural Convection within Rectangular Enclosures'. *Journal of Heat Transfer*, pp. 159-167, 1970.
- [26] M. Hortmann, M. Peric, & G. Scheuerer, Finite Volume Multi Grid Prediction of Laminar Natural Convection: Benchmark Solutions, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 11, pp. 189- 207, 1990.
- [27] M. Jakob. 'Heat Transfer'. Vol. 1, Wiley, 1949.
- [28] M. Lappa, Thermal convection: patterns, evolution and stability. John Wiley & Sons, 2009.
- [29] M. R. Samuels & Stuart W. Churchill, 'Stability of a Fluid in a Rectangular Region Heated from Below', *A.I.Ch.E. Journal*, Vol. 13, No. 1, pp. 77-85, 1967.
- [30] N. C. Markatos, & K. A. Pericleous, 'Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity'. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, No 5, pp. 755-772, 1984.
- [31] N. Ouertani, Nader Ben Cheikh, Brahim Ben Beya & Taieb Lili, Numerical simulation of two-dimensional Rayleigh-Bénard convection in an enclosure, *C. R. Mécanique*, Vol. 336, pp. 464-470, 2008.
- [32] O. Aydin, A. Ünal & T. Ayhan, "Natural Convection in Rectangular Enclosures Heated from One Side and Cooled from the Ceiling", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 42, No.13, pp. 2345-2355, 1999.
- [33] O. Turan, N. Chakraborty, & R. J. Poole. 'Laminar Rayleigh-Bénard convection of yield stress fluids in a square enclosure'. *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 171, pp. 83-96, 2012.
- [34] P. Le Quééré, 'Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high Rayleigh number'. *Computers & Fluids*, Vol. 20, No 1, pp. 29-41, 1991.
- [35] P. LE Quééré, 'Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high Rayleigh number. *Computers & Fluids*, 1991, Vol. 20, No 1, p. 29-41.
- [36] P. Roache, *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Press, Albuquerque, NM, 1972.
- [37] R. A. W. M. Henkes, & C. J. Hoogendoorn, 'Numerical determination of wall functions for the turbulent natural convection boundary layer'. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, No 6, pp. 1087-1097, 1990.
- [38] R. A. W. M. Henkes, & C. J. Hoogendoorn, 'On the stability of the natural convection flow in a square cavity heated from the side'. *Applied Scientific Research*, Vol. 47, No 3, pp. 195-220, 1990.
- [39] R. J. Krane & J. Jessee, 'Some detailed field measurements for a natural convection flow in a vertical square enclosure'. In : 1st ASME-JSME thermal engineering joint conference. ASME New York. pp. 323-329, 1983.
- [40] S. Chandrasekhar, 'Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability', Oxford Clarendon Press, London, pp. 9-73, 1961.
- [41] S. Davis, Convection in a Box, Linear Theory, *Journal Fluid Mech.*, Vol.30, No.3, pp. 465-478, 1967.
- [42] S. H., Yin, T. Y., Wung, & K. Chen, 'Natural convection in an air layer enclosed within rectangular cavities'. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 21, No 3, pp. 307-315, 1978.
- [43] S. Kimura & A. Bejan, 'The boundary layer natural convection regime in a rectangular cavity with uniform heat flux from the side'. *Journal of heat transfer*, Vol. 106, No 1, pp. 98-103, 1984.
- [44] S. Paolucci, & D. R. Chenoweth, 'Transition to chaos in a differentially heated vertical cavity'. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 201, pp. 379-410, 1989.
- [45] T. Fusegi & J. M. Hyun, 'Laminar and transitional natural convection in an enclosure with complex and realistic conditions'. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 15, No 4, pp. 258-268, 1994.
- [46] T. Fusegi, J. M. Hyun, K. Kuwahara & B. Farouk, 'A numerical study of three-dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure,' *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 1543-1557, 1991.
- [47] V. D. Murty, 'A study of the effect of aspect ratio on Benard convection'. *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 14, No. 2, pp. 201-209, 1987.
- [48] Y. Gelfgat, 'Different Modes of Rayleigh-Bénard Instability in Two- and Three-Dimensional Rectangular Enclosures', *J. of Comp. Physics* Vol. 156, pp. 300-324, 1999.
- [49] Y. Soong, P. Y. Tzeng, D. C. Ching, & T. S. Sheu, "Numerical study on mode transient of natural convection in differentially heated inclined enclosures". *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 14, pp. 2869-2882, 1996.

NOMENCLATURE

- A : Rapport de forme ou allongement, ($A = H/L$).
- a : Coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées pour l'indice (i-1,j,k+1)
- aa : Coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées pour l'indice (i,j-1 k+1)
- b : Coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées pour l'indice (i,j k+1)
- bb : Coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées pour l'indice (i,j k)
- c : Coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées pour l'indice (i+1,j k)
- cc : Coefficients dans le système d'équations algébriques discrétisées pour l'indice (i,j+1 k)
- Cp : Chaleur spécifique à pression constante ($J.kg^{-1}.K^{-1}$).
- d : Terme source dans le système d'équations algébriques discrétisées.
- g : accélération gravitationnelle (de pesanteur) [$m s^{-2}$]
- H : hauteur de la cavité [m]
- L : largeur de la cavité [m]
- N : Nombre des nœuds suivant OX dans le maillage
- Nu : nombre de Nusselt global
- Nu_{loc} : nombre de Nusselt local.
- Nu_{ch} : nombre de Nusselt moyen de la paroi chaude.
- M : Nombre des nœuds suivant OY dans le maillage
- Pr : nombre de Prandtl. $Pr = \mu/\rho \alpha$
- Ra : nombre de Rayleigh thermique, $Ra = \rho g \beta \Delta T L^3 / \alpha \mu$
- T : température dimensionnelle [K].
- t : temps dimensionnel [s].
- T : température adimensionnelle $T = (T - T_{ref}) / \Delta T$
- U, V : composantes de la vitesse dimensionnelle [$m s^{-1}$].
- u', v' : composantes de la vitesse dimensionnelle [$m s^{-1}$].
- X, Y : coordonnées cartésiennes adimensionnelle.
- x', y' : coordonnées cartésiennes dimensionnelle [m]

SYMBOLES GRECQUES

- α : diffusivité thermique $\alpha = \lambda/\rho C_p$ [$m^2 s^{-1}$]
- β : coefficient d'expansion thermique, $\beta = 1/ T_{ref}$ [K^{-1}]
- ΔT : différence de température, $\Delta T = (T_{CH} - T_{FR})$ [K]
- ΔX : pas de discrétisation spatial suivant ox
- ΔY : pas de discrétisation spatial suivant oy
- Δt : Incrément adimensionnel du temps



Le 4^{ème} Séminaire International sur les Energies Nouvelles et Renouvelables

The 4th International Seminar on New and Renewable Energies

Unité de Recherche Appliquée en Energies Renouvelables,
Ghardaïa - Algérie 24 - 25 Octobre 2016



η : vecteur unitaire à dS
 θ : angle d'inclinaison entre paroi chaude (cavité) et l'horizon
 λ : Conductivité thermique [$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$]
 μ : viscosité dynamique [$\text{Kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$]
 ν : viscosité cinématique [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$]
 ξ, γ : coefficient de sur-relaxation eq. 15
 ρ : densité de masse volumique du fluide. [kg m^{-3}]
 τ : temps adimensionnel, $\tau = \alpha t/L^2$
 ϕ : Variable dépendante
 Ψ : Fonction de courant adimensionnelle [ψ/α].
 ψ : Fonction de courant dimensionnelle.
 Ω : Vorticité (rotationnel de la vitesse) adimensionnelle [$\mathcal{Q}L/\alpha$].

C : désigne les grandeurs critiques
 Ch : relatif à une paroi chaude.
 Fr : relatif à une paroi froide.
 I, J : indice d'espace suivant OX et OY.
 loc : pas de discrétisation spatial suivant OX.
 P : relatif à une paroi.
 Réf : État de référence (température adimensionnelle moyenne).

EXPOSANTS

' : Grandeur dimensionnel
 K : Indice d'incrémentation dans le temps
 P : Indice d'itération

INDICES

TABLEAU V

Comparaison des corrélations pour le cas de cavité verticale $\theta = 90^\circ$

auteurs	c	n	m	Ra	A
<i>Présente travail</i>	0.2101	0.2687	-0.1491	$10^3 - 5 \times 10^5$	1-10
	0.1544	0.2929	-0.0312		1-2
	0.2425	0.2618	-0.1873		2-10
<i>Jakob et al.</i>	0.1970	0.2500	-0.1111	$2 \times 10^4 - 2 \times 10^5$	3.12-42.2
	0.0730	0.3333	-0.1111		
<i>Chang B.H.</i>	0.2230	0.2600	-0.1111	$10^4 - 10^6$	1-8
<i>Berkovsky et al.</i>	0.2052	0.2800	-0.2500	$10^4 - 10^6$	2-10
	0.1675	0.2900	0		1-2
<i>Yin et al.</i>	0.2303	0.2690	-0.1310	$1.5 \times 10^4 - 7 \times 10^6$	4.9-78.7
<i>Newell & Schmidt</i>	0.1776	0.3970	-0.2650	$4 \times 10^3 - 1.4 \times 10^5$	2.5-20
	0.0609	0.3150	0		1
<i>Eckert & carlson</i>	0.2303	0.2690	-0.1310	$8 \times 10^4 - 2 \times 10^5$	10
<i>Inaba</i>	0.2710	0.2500	-0.2100	$5 \times 10^3 - 10^6$	5-83
<i>Batchelor</i>	0.4600	0.2500	0.7500	$< 500 \times \left(\frac{H}{L}\right)$	>5
	0.1300	0.3333	1.0000	$> 500 \times \left(\frac{H}{L}\right)$	
<i>GILLY B., et al</i>	0.1380	0.3000	1.0000	750-7500	1
	0.2900	0.2500	-0.2500	$250 \times \left(\frac{H}{L}\right) - 2500 \times \left(\frac{H}{L}\right)$	>4
<i>Bejan</i>	0.3640	0.2500	-0.2500	$Ra^{0.14} \times \left(\frac{H}{L}\right) \rightarrow \infty$	>1
<i>Kimura et Bejan</i>	0.3400	0.2200	-0.1111	-	-